Teoría de Información y Codificación (66.24 — 86.11)

Práctica 1

1. Una fuente emite símbolos A, B con probabilidades $P_A = 1/4$, $P_B = 3/4$.

   a) Calcular la entropía.

   b) Calcular la entropía por cada bloque de 1000 símbolos, suponiendo que son independientes. ¿Cuál es en este caso la tasa de entropía?

   c) Idem, pero suponiendo que el primer símbolo de cada octeto (grupo de ocho símbolos) es siempre cero.

   d) Idem, pero suponiendo que tras el primer símbolo (que sigue la distribución dada al principio) el resto se producen alternadamente ...$ABABABABA$...

2. Aplicar la desigualdad de Jensen para demostar la desigualdad AM-GM

3. Ejercicio Cover & Thomas (CT 2.1): Analizar la entropía de una distribución geométrica (cantidad de veces que se arroja una moneda equilibrada hasta obtener una cara)

4. ¿Es verdad que en una cadena de Markov X_n y X_{n-2} son independientes? Si es verdad, demostrar. Si no, dar contraejemplo.

5. Ej CT 2.4: Demostrar que $H(X) \geq H(g(X))$

6. Ej CT 2.5: ¿En qué casos se tiene $H(Y|X) = 0$? ¿Y $H(Y|X) = H(Y)$?

7. Ej CT 2.10: Calcular la entropía de una mezcla de dos fuentes, suponiendo que los alfabetos de salida no se superponen.

8. Si X Y son dos variables discretas arbitrarias, analizar $H(X + Y \mid X)$ ¿Cambia en algo el resultado que sean independientes?

9. Dar ejemplos en los cuales se cumple:
   a. $I(X; Y \mid Z) > I(X; Y)$
   b. $I(X; Y \mid Z) < I(X; Y)$

10. Una fuente emite 9 símbolos; el primero es equiprobable. Para los siguientes se cumple esta regla: con probabilidad 1/2 se repite el símbolo anterior; caso contrario, se emite uno distinto, con igual probabilildad. Calcular la tasa de entropía de esta fuente. Es una cadena de Markov?

11. Ejercicios CT 2.29, 2.30, 2.32