

Práctica 1

1. Una fuente emite símbolos A, B con probabilidades $P_A = 1/4, P_B = 3/4$.
 - a) Calcular la entropía.
 - b) Calcular la entropía de un bloque de 1000 símbolos, suponiendo que son independientes. ¿Cuál es en este caso la tasa de entropía?
 - c) Idem, pero suponiendo que tras el primer símbolo (que sigue la distribución dada al principio) el resto se producen alternadamente ... $ABABABABA$...
2. Aplicar la desigualdad de Jensen para demostrar la desigualdad AM-GM
3. Ejercicio Cover & Thomas (CT 2.1): Analizar la entropía de una distribución geométrica (cantidad de veces que se arroja una moneda equilibrada hasta obtener una cara)
4. ¿Es verdad que en una cadena de Markov X_n y X_{n-2} son independientes? Si es verdad, demostrar. Si no, dar contraejemplo.
5. Ej CT 2.4: Demostrar que $H(X) \geq H(g(X))$
6. Ej CT 2.5: ¿En qué casos se tiene $H(Y|X) = 0$? ¿Y $H(Y|X) = H(Y)$?
7. Ej CT 2.10: Calcular la entropía de una mezcla de dos fuentes, suponiendo que los alfabetos de salida no se superponen.
8. Si X, Y son dos variables discretas arbitrarias, analizar $H(X + Y | X)$ ¿Cambia en algo el resultado que sean independientes?
9. La variable X toma los valores 0, 1 con igual probabilidad. La variable Y toma los valores 0, 1 según esta ley: si $X = 0$ entonces $Y = 0$. Si $X = 1$, entonces Y toma los valores 0, 1 con igual probabilidad. Calcular todas las entropías $H(X), H(Y), H(Y|X), H(X, Y)$, etc y la información mutua $I(X; Y)$.
10. Dar ejemplos en los cuales se cumple:
 - a. $I(X; Y | Z) > I(X; Y)$
 - b. $I(X; Y | Z) < I(X; Y)$
11. Ejercicios CT 2.29, 2.30, 2.32