

Práctica 4

1. Ejercicio CT (Cover & Thomas 2ed.) **7.4**: canal $Y = X + Z \pmod{11}$, con entrada $X \in \{0, 1, \dots, 10\}$ y “ruido” Z distribuido uniforme en $\{1, 2, 3\}$, independiente de X . Encontrar la capacidad y la distribución de X correspondiente.
2. Ejercicio CT **7.13**: Canal con borrado (erasure) y errores simétricos.
3. Ejercicio CT **7.8**: Encontrar la capacidad y la distribución de entrada correspondiente para el Z -channel:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad x, y \in \{0, 1\}$$

4. Demostrar que $C \leq \log(\min(|\mathcal{X}|, |\mathcal{Y}|))$
5. Encontrar la capacidad de un canal débilmente simétrico (cada fila de la matriz de transición es permutación de las otras, y además las columnas suman 1)
6. Encontrar la capacidad de la concatenación serie de dos canales BSC con p_1, p_2 (probabilidades de crossover) dadas.
7. Mostrar que la capacidad de la concatenación serie de dos canales cumple $C \leq \min(C_1, C_2)$
8. Ejercicio CT **7.28**: Encontrar la capacidad de un canal consistente en la unión de dos canales, con alfabetos de salida no solapados, de los cuales uno puede usarse en cada transmisión. Mostrar que $2^C = 2^{C_1} + 2^{C_2}$ y aplicar para el caso de que los dos canales son un BSC y un canal de un sólo símbolo.
9. (Opcional: CT 7.9) Determinar la tasa R máxima usable si se para el Z -channel usamos el procedimiento de Shannon de codificación aleatoria y decodificación por secuencias típicas, con $M = 2^{nR}$ codewords generados con una moneda justa ($p = 1/2$). Notar que esta distribución *no* corresponde a la distribución encontrada antes.
10. Ejercicio CT **7.15**: Para un BSC con $p = 0.1$, para la distribución que alcanza la capacidad, encontrar $H(X)$, $H(Y)$, $H(X, Y)$, $I(X; Y)$. Describir las secuencias típicas de entrada y de salida. Encontrar las secuencias conjuntamente típicas, para $n = 25$ y $\epsilon = 0.2$. Analizar en particular (numéricamente) para este ejemplo el comportamiento de la codificación aleatoria de Shannon, si se adopta un codebook de 512 codewords.