

Teoría de Información y Codificación

Práctica 5

1. Expresar el código de repetición $(5, 1)$ como un código lineal de a bloques, encontrar las matrices G y H y la distancia mínima. Explicar cómo procedería la decodificación, calculando el síndrome s , para los siguientes errores e :
 - a) Un sólo error (cinco casos)
 - b) Dos errores (diez casos)

Calcular la probabilidad de decodificación errónea para un canal BSC.

2. Se codifica un mensaje de k bits agregando un bit de paridad. ¿Es esto un código lineal de a bloques? Si es así, encontrar las matrices G y H y la distancia mínima.
3. Dado el siguiente codebook de un código binario sistemático :

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1

- a) ¿Cuál es la tasa del código?
 - b) Encontrar las matrices G y H , la distancia mínima. ¿Cuántos errores puede detectar? ¿Cuántos puede corregir?
 - c) Escribir el standard array
 - d) Se recibe $r = (101011)$. Decodificar calculando el síndrome. ¿Hace falta para esto conocer el canal o no?
4. Sea un código de bloque q-ario (n, k) con distancia mínima $2t + 1$ o mayor, mostrar que el número de símbolos de dato satisface:

$$n - k \geq \log_q \left[1 + \binom{n}{1}(q-1) + \binom{n}{2}(q-1)^2 + \dots + \binom{n}{t}(q-1)^t \right]$$

Un código que cumple con la igualdad anterior se denomina código perfecto.

5. Encontrar el código de Hamming con $k = 6$, explicar cómo se construye la matriz H , y cuántos errores puede corregir.
6. Para el código de Hamming $(7,4)$
 - a) Encontrar la tasa del código
 - b) Encontrar la probabilidad correspondiente del canal BSC cuya capacidad corresponde a la tasa previamente encontrada

- c) Alguien propone agregar a este código un bit extra de paridad. Analizar si esto mejora las características del código (distancia, detección y/o corrección de errores)
7. Construir un código con $k = 5$ que corrija 1 error.
 8. Construir un código de Hamming ternario y analizar sus propiedades (cuántos errores puede corregir?)
 9. Dado un código no sistemático (sea con la matriz G , sea con el codebook completo), explicar cómo convertirlo en sistemático.
 10. Para un código dado por una matriz G_1 , se construye otro G_2 haciendo operaciones elementales (sumas y permutaciones) con las filas. ¿En qué sentido el código resultante es equivalente al original? ¿Cuáles propiedades se mantienen y cuáles no?. Idem si permutamos columnas.
 11.
 - a) ¿Es verdad que un código lineal siempre incluye el codeword nulo?
 - b) ¿Es verdad que un código lineal siempre contiene 2^k codewords?
 - c) ¿Es verdad que todos los elementos de un coset corresponden a un mismo síndrome?
 - d) La distancia mínima de un código equivale al peso del codeword de peso mínimo. ¿Vale esto también para códigos no binarios?
 - e) ¿Es verdad que el coset leader corresponde al síndrome de menor peso?